

- 1) a) Gleichsetzen der Ebenengleichungen, Darstellung des Gleichungssystems in Matrixform und Bearbeitung mit dem GTR-Befehl rref liefert die vereinfachte Koeffizientenmatrix

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

Gesucht ist entweder eine Beziehung zwischen den Parametern r und s bzw. zwischen t und u. Hier lässt sich über die dritte Zeile der Matrix direkt eine Beziehung zwischen t und u darstellen.

$$t + u = 1 \Leftrightarrow t = 1 - u$$

Einsetzen in die Gleichung von e_2 ergibt

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + (1 - u) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Damit ist

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$$

die Gleichung der Schnittgeraden von e_1 und e_2 .

- b) Gleichsetzen der Ebenengleichungen, Darstellung des Gleichungssystems in Matrixform und Bearbeitung mit dem GTR-Befehl rref liefert die vereinfachte Koeffizientenmatrix

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7,5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 16,5 & -4 \end{array} \right]$$

Gesucht ist entweder eine Beziehung zwischen den Parametern r und s bzw. zwischen t und u. Hier lässt sich über die dritte Zeile der Matrix direkt eine Beziehung zwischen t und u darstellen.

$$t + 16,5u = -4 \Leftrightarrow t = -4 - 16,5u$$

Einsetzen in die Gleichung von e_2 ergibt

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + (-4 - 16,5u) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -16,5 \\ -16,5 \\ -33 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -18,5 \\ -15,5 \\ -30 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Damit ist

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 37 \\ 31 \\ 60 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$$

die Gleichung der Schnittgeraden von e_1 und e_2 .

- 2) e_1 und e_2 sind (echt) parallel, wenn das Gleichungssystem, das beim Gleichsetzen der Ebenengleichungen entsteht, keine Lösung besitzt. Die zugehörige vereinfachte Koeffizientenmatrix (vgl. Aufgabe 1) lautet:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Die dritte Zeile der Matrix zeigt, dass es keine Lösung des LGS gibt, also sind e_1 und e_2 parallel.

- 3) e_1 und e_2 sind identisch, wenn das Gleichungssystem, das beim Gleichsetzen der Ebenengleichungen entsteht, unendlich viele Lösungen in der Form besitzt, das in jeder Gleichung immer zwei der Parameter frei wählbar sind.

Die zugehörige vereinfachte Koeffizientenmatrix (vgl. Aufgabe 1) lautet:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -3 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Die dritte (Null-)Zeile der Matrix zeigt, dass es die oben beschriebene Bedingung erfüllt ist. In Zeile I sind r , t und u voneinander abhängig (damit sind zwei der drei Parameter frei wählbar), in Zeile II sind s , t und u voneinander abhängig (womit wiederum zwei der drei Parameter frei wählbar sind). Also sind e_1 und e_2 identisch.